試験開始の指示があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。

２０２４年度　佐久大学　一般選抜（前期）

『 数 学 』

（２０２４年 2月 5日　実施）

【 注 意 事 項 】

1. この試験問題の解答時間は５０分です。
2. 解答用紙はすべてHBの黒鉛筆またはシャープペンシルで記入してください。
3. 試験監督者の指示に従って、この問題冊子の表紙と解答用紙の指定欄に受験番号と氏名を記入及びマークしてください。
4. メモ等には問題冊子の余白や裏面を利用してください。
5. 問題 $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ は選択問題です。２題選択し、解答用紙へ選択した問題番号を記入・マークし解答して下さい。
6. 解答時間中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を高く挙げて試験監督者に知らせてください。
7. 問題を読む際、声を出したり、音を立てたりしてはいけません。
8. この問題冊子は持ち帰ってはいけません。

受験番号		氏 名	

第１問【必須問題】（得点　35 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ノ}}$ にあてはまる数字，記号を記入せよ。

【１】

正の数 x に対して，x を超えない最大の整数を x の整数部分といい，x から x の整数部分をひいた値を x の小数部分という。

正の数 x の小数部分を y とするとき，

$$x^2+y^2=18 \cdots\cdots(※)$$

となった。このとき，

y^2 の値の範囲は $\boxed{\text{ア}}$ であるから，

$$x=\boxed{\text{イ}}+y$$

である。これを(※)に代入した方程式を解くと，

$$y=\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\boxed{\text{エ}},\quad x=\sqrt{\boxed{\text{オ}}}+\boxed{\text{カ}}$$

とわかる。また，

$$x^3+y^3=\boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}},\quad x^4+y^4=\boxed{\text{コサシ}}$$

である。

$\boxed{\text{ア}}$ の選択肢

⓪　$0<y^2<1$　　①　$0<y^2<2$　　②　$1<y^2<2$

③　$y^2>0$　　④　$y^2>1$　　⑤　$y^2<18$

【２】

⑴　全体集合 $U=\{x \mid x$ は 100 以下の自然数$\}$とし，Uの部分集合 A，B，Cを，

$A=\{3n \mid n$ は自然数$\}$

$B=\{4n \mid n$ は自然数$\}$

$C=\{6n-3 \mid n$ は自然数$\}$

とする。

このとき，Aの要素の個数は $\boxed{\text{スセ}}$ 個，$\overline{A}\cap B$の要素の個数は $\boxed{\text{ソタ}}$ 個である。

また，集合 A と集合 Cの関係は $\boxed{\text{チ}}$ であるから，

$x\in A$ であることは $x\in C$であるための $\boxed{\text{ツ}}$。

$\boxed{\text{チ}}$ の選択肢

⓪　$A\cap C=\emptyset$　　①　$A\cup C=U$　　②　$A\supset \overline{C}$

③　$A\supset C$　　④　$A\subset C$　　⑤　$\overline{A}\subset C$

$\boxed{\text{ツ}}$ の選択肢

⓪　必要十分条件である　　①　必要条件であるが十分条件ではない

②　十分条件であるが必要条件ではない　　③　必要条件でも十分条件でもない

⑵　次の(ⅰ)～(ⅲ)の命題の真偽をそれぞれ判定せよ。文字はすべて実数とする。

(ⅰ)　$|a|>a$ならば，$a<0$である。$\boxed{\text{テ}}$

(ⅱ)　すべての正の数 x に対して $ax+b>0$ が成り立つとき，$a>0$，$b>0$ である。$\boxed{\text{ト}}$

(ⅲ)　$a+b$ が無理数，ab が無理数ならば，a も b も無理数である。$\boxed{\text{ナ}}$

$\boxed{\text{テ}}$～$\boxed{\text{ナ}}$ の選択肢

⓪　真　　①　偽

【3】

a を定数とし，2 次関数 $y=x^2-4x+3a$ のグラフを C とする。

⑴　Cの頂点が直線 $y=x$ 上にあるとき，$a=\boxed{\text{ニ}}$ である。

⑵　すべての実数 x に対して $y>0$ となる a の値の範囲は，$a>\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$である。

⑶　$-1 \leqq x \leqq 3$とする。このとき，y の最大値と最小値の差は $\boxed{\text{ノ}}$ である。

第２問【必須問題】（得点　25 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{チ}}$ にあてはまる数字，記号を記入せよ。

AB＝6，BC＝5，CA＝4 である△ABC において，辺 AB の中点を D，辺 BC 上の点を E とし，線分 CD と線分 AE の交点を P とすると，AP : PE＝5 : 2 となった。

⑴ △ABC : △PBC＝$\boxed{\text{ア}}$: $\boxed{\text{イ}}$，BE : EC＝$\boxed{\text{ウ}}$: $\boxed{\text{エ}}$ である。

また，

$$\cos\angle ACB = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$

である。

⑵ △ABC の外接円を O とし，線分 AE を E の方へ延長させた半直線と円 O との交点を F とする。このとき，

円 O の直径は $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$

である。また，線分 BF と線分 CF の長さの関係は，

BF $\boxed{\text{ソ}}$ CF

線分 BF の長さは $\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$

である。

$\boxed{\text{ソ}}$ の選択肢

⓪　＞　　　①　＝　　　②　＜

【選択問題】 **第３問 第４問 第５問** のいずれか 2 題を選択せよ。

第３問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ にあてはまる数字を記入せよ。

箱の中に，数字の 1 が書かれたカードが 1 枚，数字の 2 が書かれたカードが 2 枚，数字の 3 が書かれたカードが 3 枚，数字の 4 が書かれたカードが 4 枚，合計 10 枚のカードが入っている。

⑴ この中からカードを 1 枚ずつ合計 3 枚取り出し，1 枚目のカードの数を百の位，2 枚目のカードの数を十の位，3 枚目のカードの数を一の位として 3 桁の自然数を作る。ただし，一度取り出したカードはもとに戻さない。このとき，

異なる 3 桁の自然数は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通り

異なる 3 の倍数は全部で $\boxed{\text{ウエ}}$ 通り

異なる 4 の倍数は全部で $\boxed{\text{オカ}}$ 通り

できる。

⑵ この中からカードを 1 枚ずつ合計 3 枚取り出し，取り出した順に横一列にカードを並べる。ただし，一度取り出したカードはもとに戻さない。このとき，

2 のカードが取り出されない確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$

2 のカードが連続して並ぶ確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$

である。

また，

どの数字のカードも 2 枚以上連続して並ばない確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$

である。

第４問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ネ}}$ にあてはまる数字，記号を記入せよ。

⑴　2024 を素因数分解すると $2^{\boxed{\text{ア}}}\times\boxed{\text{イウ}}\times\boxed{\text{エオ}}$ （ただし $\boxed{\text{イウ}}<\boxed{\text{エオ}}$）

であるから，

2024 の正の約数の個数は $\boxed{\text{カキ}}$ 個

2024 の正の約数の和は $\boxed{\text{クケコサ}}$

である。また，

2024 の正の約数の逆数の和は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$

である。

⑵　$a^2+ab-b-1$ を因数分解すると，$(a-1)\left(\boxed{\text{ツ}}\right)$ となる。

a，b を正の整数とする。

$a^2+ab-b=2024$………(※)

のとき，(※)をみたす正の整数 a，b の値の組は全部で $\boxed{\text{テ}}$ 組あり，そのうち，a が最大である組は，

$a=\boxed{\text{トナ}}$，$b=\boxed{\text{ニヌネ}}$

である。

$\boxed{\text{ツ}}$ の選択肢

⓪　$a+b$　　①　$a-b$　　②　$b+1$

③　$b-1$　　④　$a+b+1$　　⑤　$a+b-1$

第５問【選択問題】（得点　20 点）

次の各問いの解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる数字を記入せよ。

△ABC の内心を I，外心を O，重心を G，垂心を H とする。

⑴　∠BAC＝54°のとき，

$\angle\text{BIC}=\boxed{\text{アイウ}}^\circ$

$\angle\text{BOC}=\boxed{\text{エオカ}}^\circ$

である。

⑵　∠BAC＝60°，BC＝$6\sqrt{3}$ とする。A が△ABC の外接円上を∠BAC＝60°を保ちながら動くとき，

I が描く軌跡の長さは $\boxed{\text{キ}}\,\pi$

である。ただし，A が B，C にあるとき，I もそれぞれ B，C にあるものとする。

⑶　∠BGC＝90°，BC＝6のとき，

$\text{AG}=\boxed{\text{ク}}$

である。

⑷　AB＝8，BC＝10，CA＝6 のとき，

$\text{OI}=\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$，$\text{GH}=\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$

である。